Centre de soutien scolaire et de remise à niveau

Polynôme du second degré $a \neq 0$

1) Forme développée :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

1) Forme Canonique (simplifiée) :

$$f(x) = a\,(x-\alpha)^2 + \beta$$

avec $\alpha = \frac{-b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$

2) Forme factorisée possible :

$$f(x) = a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$$

Démonstrations :

- Pour la forme canonique

On sait que $\beta = f(\alpha) = a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c$

$$\beta = a\left(\frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$\beta = \frac{b^2}{4a} - \frac{2b^2}{2a.2} + c \quad \text{soit}$$

$$\beta = -\frac{b^2}{4a} + c$$

comme $f(x) = a\,(x-\alpha)^2 + \beta$

alors $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a} + c$$

on a bien $f(x) = ax^2 + bx + c$

- Pour la forme factorisée

On a 2 solutions x_1 et x_2 tel que :

La somme S = $x_1 + x_2$ = - $\frac{b}{a}$ le produit P = $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

On sait que f(x) = a (x - x_1) (x - x_2)

a $(x^2 - xx_2 - xx_1 + x_1x_2)$

a$[x^2 - x(x_2 + x_1) + x_1x_2]$

a$\left[x^2 - x\left(-\frac{b}{a}\right) + \frac{c}{a}\right]$

on a bien f(x) = a$x^2 + bx + c$