COMPLEXES

3 formes possibles :

→ Forme algébrique : $z = a + bi$
(ou cartésienne)

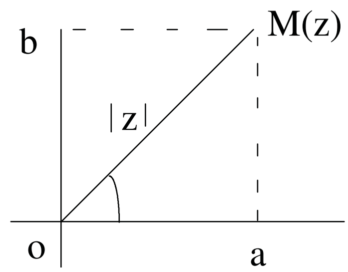
$\uparrow$ partie réelle $\nwarrow$ partie imaginaire

→ Forme exponentielle :

→ Forme trigonométrique : $z = \rho\, e^{i\theta}$ $\searrow$ argument

$z = |z|\,(\cos\theta + i\sin\theta)$ module $\uparrow$

$$\boxed{e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta}$$



$$\begin{cases} |z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2} \\ a = |z|\cos\theta \\ b = |z|\sin\theta \end{cases}$$

Conjugué :

$z = a + bi$ conjugué de z : $\bar{z} = a - bi$

$$z = \bar{z} \Leftrightarrow \begin{cases} a = a \\ b = -b \end{cases} \Leftrightarrow b = 0 \Leftrightarrow z \in \mathbb{R}$$

$$z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathcal{I}(z) = 0 \\ \bar{z} = z \\ \arg z = k\pi \end{cases} \qquad z \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathcal{R}(z) = 0 \\ \bar{z} = -z \\ \arg z = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

Propriétés des conjugués :

1) $\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$

2) $\overline{z \cdot z'} = \overline{z} \cdot \overline{z'}$

3) $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$

4) $\overline{z^n} = \left(\overline{z}\right)^n$

Propriétés des modules :

1) $\left|\overline{z}\right| = |z|$

2) $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$

3) $\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|}$

4) $|z^n| = |z|^n$

5) Si Z Reel $|z|$ =valeur absolue de z

6) $|z+z'| \leqslant |z| + |z'|$

7) $z \cdot \overline{z} = |z|^2$

Propriétés des arguments :

1) $\arg(z \cdot z') = \arg z + \arg z'$

2) $\arg \overline{z} = -\arg z$

3) $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg z - \arg z'$

4) $\arg z^n = n \arg z$

Equation du second degré dans C : $az^2 + bz + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

1) Si $\Delta > 0$ 2 solutions réelles $z' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $z'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

2) Si $\Delta = 0$ 1 solution réelle $z' = z'' = \frac{-b}{2a}$

3) Si $\Delta < 0$ $a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right] = 0$

Si Δ est négatif , - Δ **est** positif

→ 2 solutions complexes conjuguées :

$$z' = \frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a} \qquad z'' = \frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

Image d'un complexe :

A chaque complexe $z = x + iy$ on peut associer :

- un point M (x , y)
- un vecteur

et réciproquement :

- M est appelé image ponctuelle de z
- z est appelé affixe de M ou affixe du vecteur

➲ Si A a pour affixe z_A

Si B a pour affixe z_B

alors $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$

❖ **Relation entre R(z), Im(z),** $|z|$, Arg :